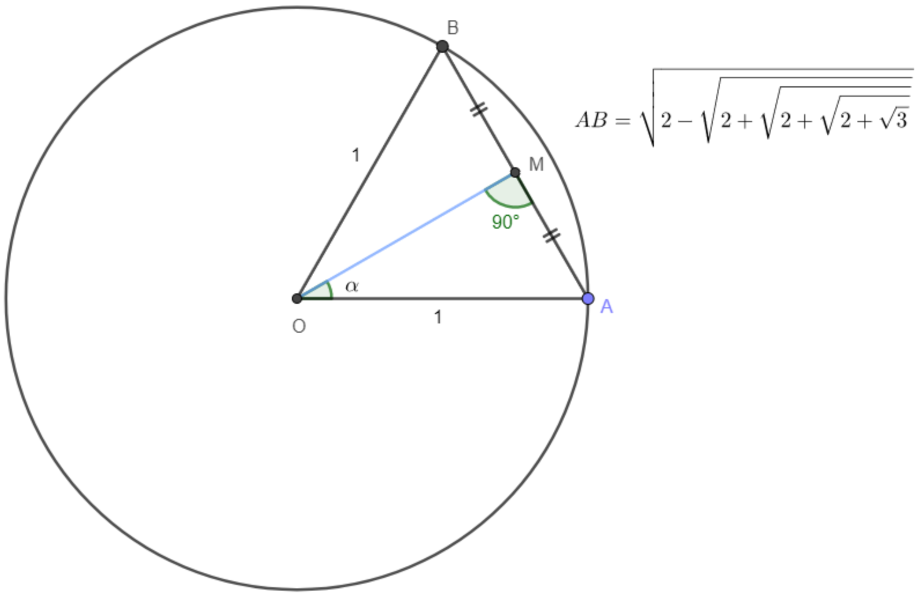
Solution de l'Énigme Lycée n°9



On cherche le nombre de côtés n d'un polygone régulier inscrit dans un cercle dont les côtés mesurent $\sqrt{(2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}})}$.

On s'appuiera sur les notations du schéma ci-dessus pour l'explication.
Dans un polygone régulier de n côtés, les angles au centre mesure $\frac{360}{n}$ degrés. Puisque la droite (OM) est la bissectrice d'un angle au centre, on en conclut que l'angle α mesure $\frac{360}{2n}$.

Le triangle OMA étant un triangle rectangle en M, on peut y appliquer les formules de trigonométrie.

Ainsi $\sin\alpha = \frac{MA}{OA}$

$$\sin\frac{360}{2n} = \frac{MA}{1}$$

$$\sin\frac{360}{2n} = MA$$

$$\frac{360}{2n} = \sin^{-1}(MA)$$

$$n = \frac{360}{2\times\sin^{-1}(MA)}$$

Or MA = $\frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}})}}{2}$

Donc $n = \frac{360}{2\times\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{(2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}})}}{2}\right)} \approx 96$

Le polygone régulier recherché a donc 96 côtés !